

И. Н. ЛАТЫШЕВ, А. К. СВИРЛОВА, Р. А. СИМОНОВ

Анализ астрономических данных псковского календаря XIV в.

Рукописный календарь из Пскова, обнаруженный Я. Н. Шаповым в списках XV—XVI вв., является новооткрытым памятником средневековой астрономической мысли, содержащим сведения о длине солнечной тени, измеряемой в стопах. Данные об астрономических наблюдениях регистрируют длину солнечной тени от гномона (вертикального стержня) в течение года для светлого времени суток.

Я. Н. Шапов первоначально ставит вопрос о том, являлось ли установление этих данных местным русским достижением или они были заимствованы из источника, сохранившего достижения античной науки. Отмечая, что числа, выражающие длину тени, значительно искажены, Я. Н. Шапов дает исправленные значения на основе данных часа той же длины, симметричных по отношению к полудню, но оставляет открытым вопрос о реконструкции числовых показателей для самого полудня. Сравнивая данные древнерусского источника с аналогичными зарубежными календарями, Я. Н. Шапов устанавливает, что с ними почти полностью совпадает длина теней итальянского неполного календаря (на 1 месяц из 12) из Монте-Кассино (IX—XI вв.), тогда как в североанглийском календаре Беды Достопочтенного (VIII в.) соответствующие значения относительно больше по величине. Отсюда автор сделал вывод, что «псковские таблицы соответствуют значительно более южным широтам и не могли успешно применяться в Северной Руси» (см. с. 165 настоящего издания).

В настоящей заметке на основе данных астрономии и математики анализируются результаты изучения данных о длине солнечной тени, полученные Я. Н. Шаповым. Для решения поставленной задачи необходимо было установить, что собой представляет «стопа», в которой измерялась длина тени в древнерусском календаре. Из исторической метрологии известно, что в период феодальной раздробленности на Руси употреблялась мера, именуемая «стойой», в качестве синонима меры «локоть».¹ В рассматриваемом памятнике этот термин употребляется в значении так называемой гномической стопы. По поводу этой меры подробно писал ал-Бируни (973—1048).² Гномическая стопа составляет $\frac{1}{7}$ или $\frac{1}{6,5}$ длины любого гномона; в этой мере измеряется тень того же гномона. Гномическая стопа не имеет абсолютной, постоянной величины, она меняется в зависимости от высоты гномона, являясь как бы персональной мерой каждого гномона. Но любой гномон в определенной географической точке и в одно и то же время года и суток будет иметь тень, состоящую из одинакового числа стоп. По ал-Бируни, гномические стопы применяли

¹ Е. И. Каменцева. Историческая метрология. М., 1978, с. 8.

² ал-Бйрўнӣ, Абў-р-Райхāн. Ифрād ал-мақāl фй амр ал-азлāl. — Расаил ал-Бйрунӣ. Хайдарабад, 1367х. [1948], ч. 2, с. 32—36. На этот источник авторам было любезно указано проф. Б. А. Розенфельдом.

мусульмане Востока, для них значение имели данные о длине тени гномона исключительно в полдень для определения времени полуденной молитвы.

В соответствии с приведенными выше сведениями из ал-Бируни для анализа данных о длине тени древнерусского календаря необходимо знать длину полуденной тени. Для этого нужно разобраться в том, в каких «часах» измерялось время, когда производились наблюдения о длине тени. В средневековый период для астрономических целей применялись два вида часа: постоянный час, равный $1/24$ времени суток, и «косой» час, т. е. переменный, который получался от деления на 12 длительности светлого и отдельно темного времени суток. В рассматриваемом древнерусском календаре данные о длине тени были получены с использованием «косого», т. е. переменного, часа.³ Так, сведения о длине тени древнерусского календаря содержат для каждого месяца по 11 значений. Это не случайно, так как они связаны с определенной последовательностью проведения наблюдений. Первое наблюдение выполнялось спустя час (переменный) после наступления рассвета, второе — спустя два часа и т. д. Двенадцатого наблюдения не могло быть, так как через час после осуществления 11-го наблюдения наступала темнота и измерять солнечную тень становилось невозможно. Ряды из 11 значений симметричны относительно своей середины, т. е. 6-го часа. Причем, удаляясь от этой середины в обе стороны, числовые показатели в стопах равномерно увеличиваются, так что самая длинная тень приходится на концы рядов — 1-й и 11-й часы наблюдений, которые равны между собой или близки по значениям. Это свойство близости значений присуще любым двум часам, взятым на равных расстояниях от концов любого ряда наблюдений. Поскольку самая короткая тень в рядах соответствует 6-му часу, то это может означать, что им является полдень. А это в свою очередь подтверждает положение, что система показателей о длине тени в древнерусском календаре — суть данные, связанные с делением светлого времени суток независимо от времени года на 12 равных частей. Следовательно, «час» древнерусского календаря — есть переменный («косой») дневной час.

Числовые данные о длине тени в древнерусском источнике содержат искажения. Я. Н. Щапов заметил наличие симметрии в числовых рядах относительно полудня и поступил правильно, исправив на ее основе дефектные показатели, кроме, естественно, полуденных значений, которые было не с чем сравнивать. Однако для астрономо-математического анализа наибольший интерес представляли как раз полуденные значения. С этой целью нами были выполнены математические модели календарных показателей для всех 12 месяцев, на основе чего методом интерполирования получены точные значения центров симметрии каждого ряда, т. е. полуденных теней. Данные по шести месяцам — январю, марту, маю, августу, ноябрю и декабрю, — приводящиеся в древнерусском календаре, совпали с расчетными, а для остальных шести месяцев были нами уточнены. Последние значения восполняют пропуски для 6-го часа в таблице Я. Н. Щапова, содержащей реконструкции числовых показателей о длине тени. Расчетная сводка данных о длине полуденной тени такова: январь — 7 стоп, февраль — 5.5 стопы, март — 4 стопы, апрель — 2.5 стопы, май — 2 стопы, июнь — 1 стопа, июль — 1.5 стопы, август — 2.5 стопы, сентябрь — 5 стоп, октябрь — 6.5 стопы, ноябрь — 8 стоп, декабрь — 8.5 стопы.

Относительная длина тени гномона может быть определена по формуле:

$$l = h \operatorname{tg} (\varphi - \delta), \quad (1)$$

³ Вопрос о применении на Руси переменного часа поставил Д. И. Прозоровский в работе «О старинном русском счислении часов» (Труды 2-го археолог. съезда, вып. 2. СПб., 1881).

где l — длина тени, h — высота гномона, φ — широта места наблюдения, δ — склонение Солнца. Положив $h=1$, получим:

$$l = \operatorname{tg}(\varphi - \delta). \quad (2)$$

Здесь длина тени выражена в единицах длины гномона, т. е. применительно к рассматриваемому случаю — в стопах.

Обозначив измеренную длину тени в январе через x_1 , через x_2 — в феврале и т. д., через x_{12} — в декабре, получим набор значений x_i ($i=1, 2, \dots, 12$). Соответствующий набор показателей $l_1, l_2, \dots, l_{12}$ определим по формуле (2). Если наблюдения проводились совершенно точно и определенно известны географическая широта места наблюдения, а также даты наблюдений, то между x_i и l_i была бы линейная зависимость. Напротив, если l_i вычислены для другой широты, то при выполнении остальных условий между x_i и l_i не существовало бы точной линейной зависимости. Из этого следует такой метод определения широты: берутся различные ее значения и рассчитываются соответствующие коэффициенты линейной корреляции по формуле:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{12} (x_i - \bar{x})(l_i - \bar{l})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{12} (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^{12} (l_i - \bar{l})^2}}, \quad (3)$$

где $\bar{x}$ и $\bar{l}$ — средние арифметические значения.

Искомой широте будет соответствовать наибольший коэффициент корреляции. Но здесь имеется трудность: в древнерусском календаре указаны не даты наблюдений, а только месяцы. А за месяц, особенно весной и осенью, склонение Солнца меняется до 10° и более. Поэтому было сделано предположение о том, что между данными наблюдений или прошел точно месяц, или же данные источника — сглаженные за месяц, т. е. относящиеся, например, к середине каждого месяца, и в таком случае интервал между данными наблюдений — также месяц.

Необходимо было учесть, что календарь из древнерусского текста может не совпадать с современным календарем, действующим в СССР. Поэтому была выбрана следующая последовательность операций: вычислялась длина тени для определенного числа какого-либо месяца, затем следующего месяца и т. д. Сначала было принято, что данные для декабря соответствуют 1 января по нашему календарю. В таблице 1 приведены значения коэффициента корреляции r для разных широт, а также длина гномона в тех единицах, в которых измерялась длина тени.

Таблица 1

Широта	25°	28°	30°	35°	40°	45°	50°	55°
Корреляция	0.988	0.989	0.989	0.986	0.983	0.978	0.970	0.950
Длина гномона	8.89	7.74	6.90	5.75	4.69	3.81	3.04	2.29

Как видно из таблицы 1, наибольший коэффициент корреляции имеет место при $\varphi=28^\circ$ и $\varphi=30^\circ$. Из приведенных данных следует, что корреляция оказывается максимальной для длины гномона в 7.74 — 6.90 стоп и уменьшается в обе стороны от нее. Но ведь совсем не обязательно, что данные за декабрь соответствуют 1 января по нашему (современному) календарю. В таблице 2 приведены коэффициенты корреляции и для других чисел месяцев для широты 30° .

Таблица 2

Дата	1 дек.	15 дек.	22 дек.	1 янв.	7 янв.	15 янв.
Корреляция	0.876	0.965	0.980	0.989	0.976	0.945

По данным, полученным таким образом, можно подсчитать, что наибольшая корреляция будет в том случае, если считать значения наблюдений за месяц соответствующими концу каждого месяца. Руководствуясь изложенным методом и приняв за длину гномона 7 стоп, находим, что этой длине отвечает широта 29.5° , соответствующая примерно Иерусалиму. Коэффициент корреляции в этом случае близок к максимальному, что указывает на предполагаемый район места наблюдений. А это значит, что наблюдения производились определенно не во Пскове. Таким образом, южное происхождение данных древнерусского календаря о длине тени, установленное расчетами, подтверждает выводы Я. Н. Шапова.

Следует отметить важное значение этих данных для истории естественнонаучных представлений Древней Руси. Источник устанавливает факты знакомства на Руси XIV в. с «гномической стопой» и «косым», т. е. переменным, часом. Гномическая стопа является новым понятием в номенклатуре древнерусских мер. Об использовании на Руси переменного часа еще в XI—XII вв. вопрос был поставлен давно (Д. И. Прозоровским), но полной ясности в нем не было.⁴ Теперь появился еще один текст, дополняющий сведения о знакомстве с понятием переменного часа в древнерусской календарно-астрономической практике.

⁴ Одним из древнерусских источников, свидетельствующих об употреблении в календарной практике XII в. переменного часа, можно считать «Учение им же ведати человеку числа всех лет» (1136 г.) Кирика Новгородца. См.: Р. А. С и м о н о в. Кирик Новгородец — ученый XII века. М., 1980, с. 95—96.